

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**MODEL SEIR PENGARUH PENGGUNAAN MASKER
KESEHATAN DAN VAKSINASI PADA COVID-19
DI PROVINSI RIAU**

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

oleh:

NINDA PERMATA RIAU
11754200300



**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021**



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

MODEL SEIR PENGARUH PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN DAN VAKSINASI PADA COVID-19 DI PROVINSI RIAU

TUGAS AKHIR

oleh:

NINDA PERMATA RIAU
11754200300

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 01 November 2021

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818200604 1 003

Pembimbing

Mohammad Soleh, M.Sc.
NIP.19751231200910 1 052



LEMBAR PENGESAHAN

MODEL SEIR PENGARUH PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN DAN VAKSINASI PADA COVID-19 DI PROVINSI RIAU

TUGAS AKHIR

oleh:

NINDA PERMATA RIAU
11754200300

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 01 November 2021

Pekanbaru, 01 November 2021

Mengesahkan,

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI :

Ketua : Nilwan Andiraja, M.Sc.

Sekretaris : Mohammad Soleh, M.Sc.

Anggota I : Wartono, M.Sc.

Anggota II : Irma Suryani, S.Si, M.Sc.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumbernya.
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





Lampiran Surat :
 Nomor : Nomor 25/2021
 Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Ninda Permata Riau
 NIM : 11754200300
 Tempat/Tgl. Lahir : Pekanbaru / 12 Mei 1999
 Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi
 Prodi : Matematika

Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*:

MODEL SEIR PENGARUH PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN
DAN VAKSINASI PADA COVID-19 DI PROVINSI RIAU

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/(Karya Ilmiah lainnya)* saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 14 Desember 2021

embuat pernyataan



Ninda Permata Riau
 NIM : 11754200300

*pilih salah satu sesuai jenis karya tulis

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

*“Barang siapa menempuh satu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu,
maka Allah pasti mudahkan baginya jalan menuju surga”
(HR. Muslim)*

*Alhamdulillahirabbal’alaamiin ucapan syukur kepada Allah Subhannahu
Wata’ala atas nikmat, karunia dan rahmatnya sehingga aku dapat
menyelesaikan sebuah skripsi sederhana ini. Shalawat dan salam selalu
terlimpahkan kepada Rasulullah Muhammad Shalallahu Alaihi Wassalaam.*

***Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kukasihi dan
kuyanggi.***

Bapak dan Ibu Tercinta

*Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tiada terhingga
ku persembahkan karya kecil ini kepada Bapak (Yulianto) dan Ibu
(Musliardiana) Terima kasih Bapak... Terima kasih Ibu...*

Orang terdekatku

*Sebagai tanda terima kasih, ku persembahkan karya kecil ini kepada
kakak, nenek, paman dan tante, serta untuk adek dan kakakku (Yulisa
Rosliana, Nindi Permata Riau, M. Aji Apriando) yang telah memberikan
semangat dan inspirasi. Terima kasih...*

Teman-teman

*Buat kawan-kawanku yang selalu memberikan motivasi, nasehat,
dukungan, yang selalu memberikan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini.
Math Squad, Hitz 2k16, dan teman dalam pejuang skripsi (May, Tiza, Hadi,
Tafdhil, Sukma, Yaski, Amin, Panji, Ngalong Coffee dan Kawan-kawan
angkatan 2017).*

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

*Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku dosen pembimbing skripsiku.
Terima kasih banyak Bapak sudah membantuku selama ini, serta menasehati,
membimbing dan mengarahkanku sampai skripsi ini selesai.*

MODEL SEIR PENGARUH PENGGUNAAN MASKER KESEHATAN DAN VAKSINASI PADA COVID-19 DI PROVINSI RIAU

NINDA PERMATA RIAU
NIM : 11754200300

Tanggal Sidang : 01 November 2021
Tanggal Wisuda : 2022

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini membahas tentang model penyebaran penyakit COVID-19 menggunakan model SEIR, dengan ditambahkan faktor penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi sebagai upaya pencegahan. Populasi dibagi menjadi enam subpopulasi, yaitu subpopulasi rentan tidak menggunakan masker kesehatan dan menggunakan masker kesehatan, subpopulasi laten, subpopulasi terinfeksi tidak menggunakan masker kesehatan dan menggunakan masker kesehatan, serta subpopulasi sembuh. Hasilnya diperoleh satu titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium endemik, dengan analisis kestabilan titik ekuilibrium endemik tidak stabil. Kondisi ini berarti bahwa penyakit menyebar secara fluktuasi dalam populasi. Simulasi numerik model untuk penyakit COVID-19 menggunakan metode runge-kutta orde 4 sejalan dengan analisis perilaku model.

Kata Kunci: COVID-19, Model SEIR, Kestabilan Titik Ekuilibrium



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

SEIR MODEL IN THE INFLUENCE OF HEALTH MASK USE AND VACCINATION ON COVID-19 IN RIAU PROVINCE

NINDA PERMATA RIAU
NIM : 11754200300

Date of Final Exam : 01 November 2021
Date of Graduation : 2022

Mathematics Program Study
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final project discusses the model of the spread of COVID-19 disease using the SEIR model, with added factors for the use of health masks and vaccinations as prevention efforts. The population is divided into six subpopulations, namely vulnerable subpopulations not using health masks and using health masks, latent subpopulations, infected subpopulations not using health masks and using health masks, and recovering subpopulations. As a result, one equilibrium point is obtained, namely the endemic equilibrium point, by analyzing the stability of the unstable endemic equilibrium point. This condition means that the disease spreads in a fluctuating manner in the population. Numerical simulation of the model for COVID-19 disease using the Runge-Kutta method of order 4 is in line with the behavioral analysis of the model.

Keywords: COVID-19, SEIR Model, Stability Equilibrium Point



KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil 'alamin segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhannahu Wata'ala* yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Berkat rahmat, nikmat, kesempatan dan kesehatan sehingga penulis bisa menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Model SEIR Pengaruh Penggunaan Masker Kesehatan Dan Vaksinasi Pada COVID-19 Di Provinsi Riau”.

Shalawat serta salam kita hadiahkan kepada junjungan alam Nabi Besar Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalam* karena berkat perjuangan beliau kita umat manusia dapat dibawa dari alam kegelapan ditunjukkan ke alam yang penuh dengan pengetahuan. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar sarjana Sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung terutama orang tua tercinta. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunnas, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau serta sebagai penguji 1.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

5. Ibuk Fitri Aryani, M.Sc. selaku penasihat akademik penulis, yang selalu memberikan nasihat dalam perkuliahan serta dalam penulisan Tugas akhir ini dapat selesai.
 6. Bapak Muhammad Soleh, M.Sc. selaku pembimbing Tugas Akhir penulis yang selalu ada dan memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
 7. Ibu Irma Suryani, S.Si, M.Sc. selaku Penguji 2 yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
 8. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
 9. Kedua orang tua tercinta, Bapak Yulianto dan Ibu Musliardiana, yang tiada henti-hentinya mendoakan, memberi dorongan moril maupun materi selama menempuh pendidikan serta kakak dan adik penulis yang tersayang yaitu Yulisa Rosliana, Nindi Permata Riau, M. Aji Apriando.
 10. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
 11. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Math Squad, Hitz 2k16, May, Tiza, Hadi, Tafdhil, Sukma, Yaski, Ngalong Coffee dan Angkatan 17.
- Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 01 November 2021

Ninda Permata Riau



DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN.....	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iii
LEMBAR PERNYATAAN	iv
LEMBAR PERSEMBAHAN	v
ABSTRAK	vi
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR SIMBOL	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penelitian	4
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Virus COVID-19	5
2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	5
2.3 Sistem Persamaan Diferensial.....	6
2.4 Runge-Kutta Orde 4	7
2.5 Model SEIR.....	8
2.6 Titik Ekuilibrium.....	9
2.7 Kestabilan Titik Ekuilibrium	9
2.8 Kriteria Routh-Hurwitz	10
2.9 Matriks Generasi Selanjutnya	11



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.10	Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	12
BAB III METODE PENELITIAN		14
BAB IV PEMBAHASAN.....		18
4.1	Model SEIR Penyebaran Penyakit Covid-19	18
4.2	Titik Ekuilibrium.....	22
4.2.1	Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	22
4.2.2	Titik Ekuilibrium Endemik	23
4.3	Analisis Kestabilan Endemik	24
4.4	Estimasi Parameter	25
4.5	Simulasi Kasus Model SEIR Penyebaran Penyakit COVID-19 Dengan Pengaruh Adanya Penggunaan Masker Kesehatan Dan Vaksinasi Di Provinsi Riau	28
4.6	Simulasi Numerik Dengan Menggunakan Runge-Kutta Orde 4	48
BAB V PENUTUP		53
5.1	Kesimpulan	53
5.2	Saran.....	54
DAFTAR PUSTAKA		55
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		64



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

$N(t)$: Jumlah populasi saat waktu ke-t
$S_1(t)$: Jumlah individu rentan terinfeksi tidak memakai masker kesehatan saat waktu ke-t
$S_2(t)$: Jumlah individu rentan terinfeksi memakai masker kesehatan saat waktu ke-t
$E(t)$: Jumlah individu laten saat waktu ke-t
$I_1(t)$: Jumlah individu terinfeksi tidak memakai masker kesehatan saat waktu ke-t
$I_2(t)$: Jumlah individu terinfeksi memakai masker kesehatan saat waktu ke-t
$R(t)$: Jumlah individu sembuh saat waktu ke-t
β	: Laju individu pada kelompok rentan menjadi individu kelompok laten setelah melakukan interaksi terhadap kelompok yang terinfeksi
δ	: Laju individu kelompok laten menjadi individu terinfeksi
γ	: Tingkat kematian yang diakibatkan oleh penyakit
σ	: Laju kesembuhan pada setiap individu
u_1	: Laju penggunaan pada masker kesehatan
u_2	: Laju pelepasan pada masker kesehatan
ρ	: Proporsi individu dalam kelompok rentan yang divaksin
$(1 - \rho)$: Proporsi orang yang rentan tidak divaksin



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2. 1 Diagram Model SEIR.....	8
Gambar 3. 1 Diagram Model SEIR oleh Mujiyanti	17
Gambar 4. 1 Diagram Transfer Penyebaran Penyakit Covid-19 dengan Penggunaan Masker Kesehatan dan Vaksinasi	21
Gambar 4. 2 Grafik $S_1(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi rendah	30
Gambar 4. 3 Grafik $S_2(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi rendah	31
Gambar 4. 4 Grafik $E(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi rendah	32
Gambar 4. 5 Grafik $I_1(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi rendah	33
Gambar 4. 6 Grafik $I_2(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi rendah	34
Gambar 4. 7 Grafik $R(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi rendah	35
Gambar 4. 8 Grafik $S_1(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi sedang	36
Gambar 4. 9 Grafik $S_2(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi sedang	37
Gambar 4. 10 Grafik $E(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi sedang	38
Gambar 4. 11 Grafik $I_1(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi sedang	39
Gambar 4. 12 Grafik $I_2(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi sedang	40
Gambar 4. 13 Grafik $R(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi sedang	41
Gambar 4. 14 Grafik $S_1(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi tinggi	42
Gambar 4. 15 Grafik $S_2(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi tinggi	43
Gambar 4. 16 Grafik $E(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi tinggi	44
Gambar 4. 17 Grafik $I_1(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi tinggi	45
Gambar 4. 18 Grafik $I_2(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi tinggi	46
Gambar 4. 19 Grafik $R(t)$ terhadap model SEIR dengan vaksinasi tinggi	47



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3. 1 Daftar variabel model penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi	15
Tabel 3. 2 Daftar parameter model penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi	16
Tabel 4. 1 Data Akumulasi Penambahan Kasus COVID-19 di Provinsi Riau .	25
Tabel 4. 2 Data Penambahan Kasus COVID-19 di Provinsi Riau per Hari.....	26
Tabel 4. 3 Nilai-Nilai Parameter Saat Waktu Ke t.....	27
Tabel 4. 4 Nilai Rata-Rata Parameter	28
Tabel 4. 5 Asumsi Untuk Nilai u_1 dan u_2	29
Tabel 4. 6 Asumsi Untuk Nilai ρ	29
Tabel 4. 7 Hasil Iterasi Menggunakan Runge-Kutta Orde 4.....	51

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Program Maple Untuk Penyebaran Penyakit COVID-19 Dengan Penggunaan Masker Kesehatan Tinggi Dan Vaksinasi Tinggi.....	57
Lampiran 2 Program MATLAB Untuk Simulasi Numerik Runge Kutta-Orde 4.....	61
Lampiran 3 Program Maple untuk Menentukan Titik Ekuilibrium.....	63

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di penghujung tahun 2019, dunia dikejutkan dengan ditemukannya virus baru yang awalnya melanda para pedagang pasar ikan laut di Wuhan, China. Pada 11 Februari 2020, penyebaran virus ini menarik perhatian Organisasi Kesehatan Dunia (*WHO*) yang menginformasikan adanya virus baru bernama Coronavirus 2019 (COVID-19) [1]. Virus ini telah menginfeksi 213 negara di dunia. COVID-19 disebut sebagai penyakit menular yang terjadi akibat dari salah satu jenis Corona Virus SARS-CoV-2 [2]. Indonesia adalah salah satu negara yang terdampak dari sebaran virus tersebut. Data dari SATGAS penanganan COVID-19 Republik Indonesia menyatakan bahwa per tanggal 28 Januari 2021, sudah tercatat kasus terpapar COVID-19 di Indonesia hingga 1.037.993 dan 29.331 orang di antaranya meninggal dunia, sementara pasien yang sembuh dari COVID-19 mencapai 842.122 orang [3].

Oleh karena itu, pemerintah Indonesia segera menindaklanjuti SOP pandemi tersebut, salah satunya adalah dengan menggunakan masker karena dapat membantu mencegah penyebaran virus dari orang yang mengenakannya kepada orang lain [4]. Dan juga perlu dilakukannya intervensi tidak hanya dari sisi penerapan protokol kesehatan namun juga diperlukan intervensi lain yang efektif untuk memutuskan mata rantai penularan penyakit, yaitu melalui upaya vaksinasi. Upaya telah dilakukan oleh berbagai negara, termasuk Indonesia [5]. Pelaksanaan vaksinasi COVID-19 di Indonesia pertama kali pada Rabu 13 Januari 2021 di Istana Negara. Orang pertama yang divaksinasi adalah bapak Joko Widodo selaku Presiden Indonesia. Diharapkan dengan adanya program vaksinasi ini teror COVID-19 segera bisa teratasi di belahan dunia termasuk Indonesia.

Para peneliti menanggapi kasus COVID-19 tersebut dengan melakukan berbagai penelitian, diantaranya pada bidang matematika epidemiologi adalah munculnya berbagai peramalan puncak dari penyebaran COVID-19 di Indonesia.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Terdapat beberapa model dasar penyakit yang telah diteliti, yaitu : model SIR (*Susceptible, Invected, Recovered*), model SEIR (*Susceptible, Exposed, Invected, Recovered*), model SI (*Susceptible, Invected*). Untuk menyelesaikan model epidemiologi diperlukan suatu metode numerik, salah satu metode numerik untuk menyelesaikan suatu model epidemiologi adalah Runge-Kutta orde 4.

Pada penelitian [6] memperkirakan bahwa puncak kasus terinfeksi mencapai 37,82% dengan kematian mencapai 0,49% yang terjadi pada minggu ke-2 Agustus sampai minggu pertama Oktober 2020 dengan $R_0 \approx 3$. Namun pada penelitian [7] dengan menggunakan model SIR penyebaran COVID-19 akan menurun secara signifikan pada Agustus 2020.

Sedangkan pada penelitian [2] estimasi SIR untuk prediksi puncak kasus terinfeksi terjadi pada tanggal 27 September hingga 11 Oktober 2020 dengan estimasi 14.000 orang yang terinfeksi atau 28% per 50.000 jumlah penduduk di Provinsi Kalimantan Timur. Sementara itu penelitian [8] dengan melibatkan intervensi karantina sehingga memperoleh model SEAQIR yang mempunyai 2 titik ekuilibrium diantaranya titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik, serta simulasi numerik memperlihatkan peningkatan intervensi seperti karantina akan berkontribusi memperlambat penyebaran COVID-19.

Pada penelitian [9] dengan menggunakan model SEIR didapatkan hasil prediksi puncak penyebaran COVID-19 di DKI Jakarta sekitar bulan Agustus-Oktober 2020. Pada penelitian tersebut tidak diperhatikan adanya pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi. Sedangkan pada penelitian [10] untuk penyebaran wabah MERS-CoV dengan menggunakan model SEIR diperhatikan adanya faktor penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi sebagai bentuk pencegahan tetapi tidak memperhatikan adanya kematian akibat penyakit.

Dari penelitian [10] membuat peneliti tertarik untuk mengetahui bentuk model kasus COVID-19 di Provinsi Riau, serta simulasi penyebarannya menggunakan model SEIR dengan pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi. Dengan menambahkan bahwa angka kematian akibat penyakit diperhatikan dan angka kelahiran serta kematian alami diabaikan. Sehingga



peneliti mengangkat judul “**Model SEIR Pengaruh Penggunaan Masker Kesehatan dan Vaksinasi Pada Covid-19 di Provinsi Riau**”

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana bentuk model SEIR pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi pada COVID-19 di Provinsi Riau?.
2. Bagaimana kestabilan titik ekuilibrium model COVID-19 di Provinsi Riau?
3. Bagaimana simulasi penyebaran COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi di Provinsi Riau?

1.3 Batasan Masalah

Data yang digunakan diambil dari <https://corona.riau.go.id/> dimulai pada tanggal 09 Maret 2021 hingga 16 Juni 2021 di Provinsi Riau.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian adalah untuk:

1. Untuk mengetahui bentuk model SEIR pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi pada COVID-19 di Provinsi Riau.
2. Untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium model COVID-19 di Provinsi Riau.
3. Untuk mengetahui simulasi penyebaran COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi di Provinsi Riau.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini dapat dijadikan referensi bagi peneliti selanjutnya untuk melakukan penelitian dan pemodelan pada permasalahan yang lainnya.
2. Pemodelan dalam kasus ini dapat dikembangkan dengan teknologi dan studi kasus yang berbeda.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.6 Sistematika Penelitian

Adapun sistematika pada saat penulisan penelitian ini yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori dasar mengenai hal-hal yang dapat digunakan sebagai acuan dan landasan untuk mengembangkan penelitian ini. Konsep dan teori terkait perlu dijelaskan, seperti: titik ekuilibrium, dan analisis kestabilan titik ekuilibrium dan kajian terkait sebelumnya.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi tahapan-tahapan yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan penelitian mulai dari metode penelitian, teknik penggalan data sampai tahapan penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi pembahasan tentang cara-cara untuk memperoleh hasil penelitian Tugas Akhir.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang menjelaskan inti dari seluruh pembahasan dan saran.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Virus COVID-19

Virus Corona adalah bagian dari virus yang dapat menyebabkan infeksi pada bagian saluran pernapasan bagian atas dengan tingkat ringan dan sedang. Virus ini merupakan jenis virus baru yang memiliki tingkat penyebaran atau penularan lebih tinggi dibandingkan virus sebelumnya [11].

Penyakit ini biasanya menyerang sistem pernafasan, menyebabkan penyakit pernafasan akut ringan dan berat, antara lain pilek, batuk, radang tenggorokan, diare, demam, kelelahan dan sesak nafas. Pada umumnya penularan penyakit ini diakibatkan oleh cairan tubuh yang terpercik pada seseorang melalui batuk dan bersin atau benda-benda disekitar yang berjarak 1-2 meter.

Individu yang terinfeksi COVID-19 biasanya mengalami gejala ringan, sedang atau berat [12], diantaranya

1. Demam ($suhu > 38^{\circ}\text{C}$)
2. Batuk dan kesulitan bernapas
3. Sesak nafas
4. Fatigue (kelelahan)
5. Myalgia (nyeri otot)
6. diare dan gejala saluran pernapasan

Namun, tidak semua gejala tersebut terjadi pada setiap individu dan tidak semua individu yang terinfeksi virus corona mengalami gejala tersebut.

2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Nilai eigen digunakan untuk mengetahui kestabilan dari suatu sistem persamaan diferensial.

Definisi 2.2.1

Jika A merupakan matriks $n \times n$, maka sebuah vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x ;



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$Ax = \lambda x \quad (2.1)$$

dalam skalar sebarang λ , λ disebut nilai eigen dari A , dan x disebut vektor eigen dari A relatif dengan λ .

Untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks A , kita menuliskan kembali

$$Ax = \lambda x \text{ sebagai}$$

$$Ax = \lambda Ix \quad (2.2)$$

atau ekuivalen,

$$(\lambda I - A)x = 0 \quad (2.3)$$

pada Persamaan (2.3), I adalah sebuah matriks identitas, dan λ dapat menjadi nilai eigen jika terdapat satu solusi tak nol. Persamaan (2.3) tersebut mempunyai solusi tak nol, jika

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) adalah persamaan karakteristik matriks A , skalar yang memenuhi persamaan ini merupakan nilai-nilai eigen A . $\det(\lambda I - A) = 0$ adalah suatu polinomial p dalam variabel λ yang disebut dengan polinomial karakteristik matriks A [13].

2.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial merupakan gabungan dari beberapa Persamaan diferensial [14]. Persamaan diferensial tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = f(x, t) \quad (2.5)$$

dengan,

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$



$$f(x, t) = \begin{bmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

Dengan t merupakan variabel bebas dan x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel tak bebas.

Jika t tidak disebutkan secara jelas dalam Persamaan (2.5), maka dinyatakan sebagai sistem otonomus dan dapat dituliskan sebagai:

$$\dot{x}(t) = f(x) \quad (2.7)$$

dengan,

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Untuk menyelesaikan Persamaan (2.7) dapat dicari melalui analitik ataupun numerik. Jika penyelesaian tidak dapat diselesaikan melalui analitik atau numerik, sehingga dapat dilakukan pengecekan kestabilan titik ekuilibrium dengan analisis kualitatif untuk mengetahui perilaku sistem.

2.4 Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge Kutta adalah suatu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai awal atau masalah nilai batas pada persamaan diferensial linear atau nonlinear [15]. Runge-Kutta biasanya digunakan untuk mencari solusi dari masalah yang berkaitan dengan perhitungan numerik. Model umumnya adalah sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n)h \quad (2.9)$$

dengan, a adalah konstan dan:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f(x_i + p_1 \cdot h, y_i + q_{11} \cdot k_1 \cdot h) \\ k_3 &= f(x_i + p_2 \cdot h, y_i + q_{21} \cdot k_1 \cdot h + q_{22} \cdot k_2 \cdot h) \\ &\vdots \\ k_n &= f(x_i + p_{n-1} \cdot h, y_i + q_{n-1,1} \cdot k_1 \cdot h + q_{n-1,2} \cdot k_2 \cdot h + \dots \\ &\quad + q_{n-1,n-1} \cdot k_{n-1} \cdot h) \end{aligned} \quad (2.10)$$

dimana, p dan q adalah konstan, dan nilai k_1 muncul pada persamaan untuk menghitung k_2 , k_2 juga muncul pada persamaan untuk menghitung k_3 begitu juga seterusnya. Sehingga membuat metode Runge-Kutta menjadi lebih efisien jika menggunakan perhitungan komputer [16].

Metode Runge-Kutta orde 4 merupakan metode Runge-Kutta yang sering digunakan, ini karena Runge Kutta orde 4 memiliki taraf ketelitian penyelesaiannya tinggi dibandingkan metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Bentuk umumnya yaitu:

$$y_{i+1} = y_i + (a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4)h \quad (2.11)$$

dengan,

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (2.12)$$

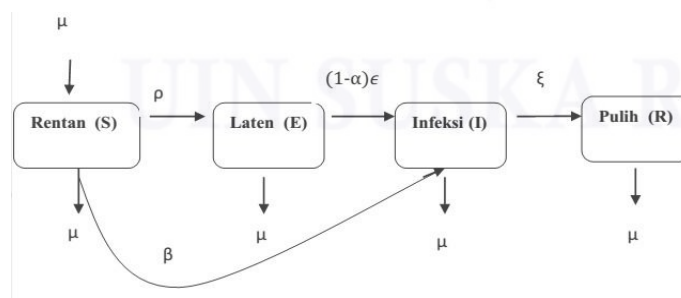
$$k_2 = f(x_i + p_1 \cdot h, y_i + q_{11} \cdot k_1 \cdot h) \quad (2.13)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 \cdot h, y_i + q_{21} \cdot k_1 \cdot h + q_{22} \cdot k_2 \cdot h) \quad (2.14)$$

$$k_4 = f(x_i + p_3 \cdot h, y_i + q_{31} \cdot k_1 \cdot h + q_{32} \cdot k_2 \cdot h + q_{33} \cdot k_3 \cdot h) \quad (2.15)$$

2.5 Model SEIR

Model SEIR secara umum identik dengan penurunan model SIR, hanya mengalami penambahan sebuah variabel *Exposed* (E), yaitu individu yang telah terpapar oleh penyakit namun belum sepenuhnya terinfeksi. Dalam hal ini populasi dibagi menjadi 4 kelompok, yaitu *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I), dan *Recovered* (R). Total keseluruhan populasi adalah $N = S + E + I + R$ yang sifatnya konstan [17].



Gambar 2. 1 Diagram Model SEIR



Berdasarkan Gambar 2.1 diperoleh model sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu N - \rho S - \beta S \frac{1}{N} - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= \rho S - (1 - \alpha)\beta E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \beta S \frac{1}{N} + (1 - \alpha)\beta E - \xi I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \xi I - Mr\end{aligned}\tag{2.16}$$

2.6 Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium merupakan titik yang tidak berubah terhadap waktu, yang berarti bahwa pada saat $t = 1, 2, \dots, n$ nilai titik tersebut akan sama dan tidak berubah.

Definisi 2.7.1

Titik $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ disebut sebagai titik ekuilibrium sistem $\dot{x} = f(x)$ jika memenuhi $f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ [18].

Jadi, x^* merupakan titik ekuilibrium pada Persamaan (2.7) jika dan hanya jika x^* disubsitusikan ke dalam f hasilnya sama dengan nol.

2.7 Kestabilan Titik Ekuilibrium

Kestabilan titik ekuilibrium dapat menentukan sifat dari perilaku dalam menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial. Kestabilan terhadap suatu sistem berarti bahwa perubahan kecil pada sistem akan berdampak kecil terhadap perilaku penyelesaian untuk waktu yang akan datang. Dan tidak stabil bila keadaan sebaliknya.

Definisi [19]

Diberikan sistem persamaan diferensial orde satu $\dot{x} = f(t, x)$ dan $x, (tx_0)$ merupakan solusi persamaan $\dot{x} = f(x)$ pada saat t dengan nilai awal $x(0) = x_0$

1. Titik ekuilibrium x^* dinyatakan stabil jika diberikan $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$ sedemikian sehingga jika $\|x_0 - x^*\| < \delta$, maka $\|x(t, x_0) - x^*\| < \varepsilon$ untuk $t \geq 0$.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. Titik ekuilibrium x^* dinyatakan stabil asimtotik jika titik ekuilibriumnya stabil dan terdapat $\delta_1 > 0$ sedemikian sehingga jika $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_0 - x^*\| = 0$, asalkan $\|x(t, x_0) - x^*\| < \delta_1$.
3. Tidak stabil, jika definisi 1 tak terpenuhi.

2.8 Kriteria Routh-Hurwitz

Nilai eigen dapat ditentukan dengan cara mencari akar-akar persamaan karakteristik $\det(\lambda I - A)$. Tetapi akar-akar persamaan karakteristik sering kali sulit ditemukan. Oleh karena itu, perlu sebuah aturan untuk menjamin bahwa akar-akar persamaan karakteristik memiliki nilai negatif atau terdapat persamaan karakteristik yang memiliki nilai positif. Kriteria Routh-Hurwitz adalah sebuah alternatif dalam memperoleh nilai eigen dari suatu polinomial yang sulit dilakukan. Tanda negatif maupun positif bisa digunakan untuk memperoleh sifat kestabilan dari titik ekuilibrium.

Definisi [20]

Diberikan suatu sistem persamaan karakteristik dalam bentuk polinomial sebagai berikut:

$$P(\lambda) = a_0\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + \dots + a_k = 0 \quad (2.17)$$

dimana, $a_0 = 1$ dan a_k dengan $k = 1, 2, \dots, n$ merupakan bilangan real.

Sehingga didefinisikan k matriks sebagai berikut:

$$H_1 = [a_1], H_2 = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{bmatrix} \dots$$

$$H_j = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & 0 \\ a_{2j-1} & a_{2j-2} & a_{2j-3} & a_{2j-4} & a_j \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_k \end{bmatrix}$$

dimana, syarat setiap unsur (l, m) pada matriks H_j adalah



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$H_{lm} = \begin{cases} a_{2l-m}, & \text{untuk } 0 < 2l - m \leq k \\ 1, & \text{untuk } 2l = m \\ 0, & \text{untuk } 2l < m \text{ dan } 2l > k + m \end{cases}$$

Oleh karena itu, titik ekuilibrium \dot{x} stabil jika dan hanya jika $H_j > 0$ dimana $j = 1, 2, \dots, k$.

2.9 Matriks Generasi Selanjutnya

Matriks generasi selanjutnya digunakan untuk menentukan nilai R_0 dengan nilai $R_0 \geq 0$. Hal ini dikarenakan banyaknya suatu individu yang terinfeksi tidak mungkin bernilai negatif. Matriks ini merupakan matriks yang dikonstruksi dari sub-sub populasi yang menyebabkan infeksi saja.

Misalkan x mewakili kategori individu terinfeksi penyakit, y mewakili kategori individu yang tidak terinfeksi penyakit, sedangkan matriks dari rata-rata jumlah individu baru yang terinfeksi dinyatakan dengan \mathcal{F}_i . Dan matriks dari rata-rata penurunan jumlah individu terinfeksi dinyatakan dengan \mathcal{V}_i . Model dapat ditulis seperti dibawah ini:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \mathcal{F}_i(x, y) - \mathcal{V}_i(x, y) & i &= 1, 2, \dots, n \\ \dot{y}_i &= g_j(x, y) & j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.19)$$

Hasil dari linearisasi kelas terinfeksi pada titik ekuilibrium bebas penyakit pada persamaan (2.19) adalah sebagai berikut:

$$\dot{x}_i = (\mathcal{F} - \mathcal{V})x \quad (2.20)$$

dimana, \mathcal{F} dan \mathcal{V} merupakan matriks berukuran $n \times n$ yang didefinisikan oleh

$$\mathcal{F} = \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j}(0, y_0) \text{ dan } \mathcal{V} = \frac{\partial \mathcal{V}_i}{\partial x_j}(0, y_0) \quad (2.21)$$

dengan, $(0, y_0)$ adalah titik ekuilibrium bebas penyakit. Dan matriks K dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$K = \mathcal{F}\mathcal{V}^{-1} \quad (2.22)$$

Yang disebut dengan matriks generasi selanjutnya. Nilai dari bilangan reproduksi dasar terhadap populasi rentan merupakan radius spektral dari matriks K [21], maka,



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$R_0 = \rho(\mathcal{FV}^{-1})$$

(2.23)

2.10 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar yang dilambangkan dengan R_0 merupakan ambang batas suatu penularan penyakit yang disebabkan oleh seseorang yang terinfeksi dalam suatu populasi rentan [22]. Bilangan reproduksi dasar dicari untuk memperoleh apakah suatu daerah terjadi endemik atau tidak. R_0 memiliki nilai ambang batas 1. Pada saat $R_0 > 1$ maka epidemik akan terjadi dengan ditandai adanya peningkatan populasi manusia yang terinfeksi dan pada saat $R_0 < 1$ tidak terjadi epidemik dengan ditandai adanya penurunan populasi manusia yang terinfeksi. Untuk menentukan bilangan reproduksi dasar bisa diperoleh dari nilai eigen yang paling besar berdasarkan matriks generasi selanjutnya [21]. Situasi yang akan muncul adalah kemungkinan-kemungkinan berikut [23]:

1. Jika $R_0 < 1$, penyakit akan hilang
2. Jika $R_0 > 1$, penyakit akan meningkat menjadi wabah
3. Jika $R_0 = 1$, penyakit akan terus ada (endemik)

Situasi ambang batas ini perlu dianalisis untuk menentukan parameter mana saja yang harus dikendalikan untuk mencegah terjadinya endemik. Langkah untuk mendapatkan R_0 [23] menggunakan metode matriks generasi selanjutnya adalah:

1. Mengambil persamaan apa saja yang mendeskripsikan kasus terinfeksi baru dan perubahan di area system yang terinfeksi. Sistem ini dinamai subsistem yang terinfeksi.
2. Melakukan linearisasi subsistem terinfeksi di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit, ditulis kedalam bentuk matriks yang dinamai matriks jacobain (J).
3. Menguraikan matriks Jacobi dari subsistem terinfeksi sehingga $J = \mathcal{F} - \mathcal{V}$, dimana \mathcal{F} adalah matriks penyebaran yang elemennya terhubung dalam proses penularan infeksi. Dan \mathcal{V} adalah matriks penyebaran yang elemennya terhubung dalam perpindahan kompartemen.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4. Mencari matriks selanjutnya dengan $K = \mathcal{FV}^{-1}$.
5. Mendapatkan nilai eigen terbesar dari K yang dinyatakan dengan R_0 .



BAB III

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan untuk mengetahui simulasi penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker dan vaksinasi merupakan metode penelitian studi pustaka dan mempelajari jurnal yang berkaitan dengan pemodelan matematika.

Langkah-langkah pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Memperoleh Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data harian COVID-19 Provinsi Riau pada tanggal 09 Maret 2021 – 16 Juni 2021 yang diperoleh dari website <https://corona.riau.go.id/>. Dimana terdapat 4 kelompok yaitu, data jumlah kasus suspek, jumlah kasus terinfeksi, jumlah kasus sembuh dan jumlah kasus meninggal.

2. Membuat Asumsi Model

Ada beberapa asumsi untuk menentukan penyebaran penyakit COVID-19 dengan adanya pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi, yaitu:

- Populasi tertutup (tidak ada migrasi).
- Setiap orang mendapatkan peluang yang sama untuk melakukan kontak dengan orang lain.
- (S_1) adalah kompartemen individu rentan tidak menggunakan masker kesehatan yang belum terinfeksi dan tidak divaksinasi.
- Individu kelompok rentan akan divaksinasi, sehingga individu yang divaksinasi tersebut kebal terhadap penyakit.
- (S_2) adalah kompartemen individu kelompok rentan memakai masker kesehatan yang tidak dapat tertular oleh virus.
- (S_2) akan kembali ke kompartemen (S_1) jika berhenti memakai masker kesehatan, dan hal yang sama akan terjadi pada orang yang terinfeksi.
- Infeksi virus terjadi akibat adanya kontak langsung maupun tidak langsung dengan orang yang terinfeksi.

- h) Orang yang terinfeksi virus bisa sembuh.
- i) Individu yang sembuh, kebal pada penyakit.
- j) Kematian alami diabaikan, hanya terjadi kematian akibat penyakit pada populasi terinfeksi.
3. Menentukan variabel dan parameter yang akan digunakan pada model.

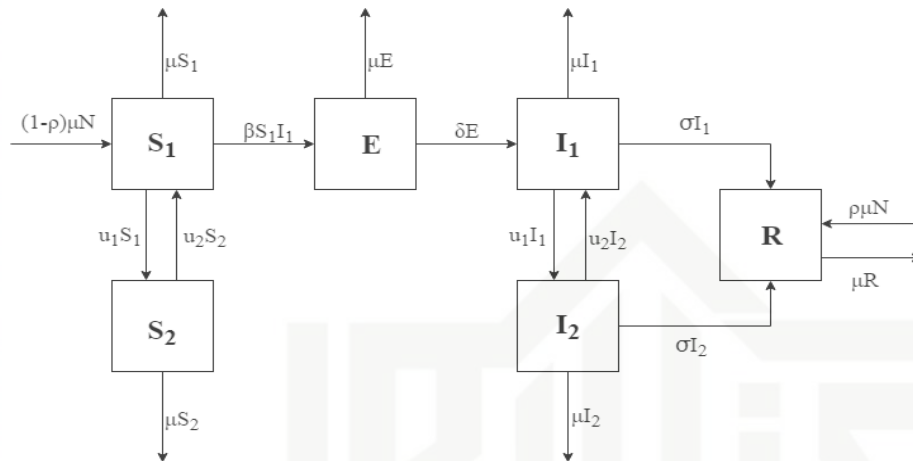
Tabel berikut menjelaskan variabel dan parameter yang digunakan dalam model penyebaran COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi

Tabel 3. 1 Daftar variabel model penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi

No.	Variabel	Definisi	Syarat	Satuan
1.	$N(t)$	Jumlah populasi saat waktu ke-t	$N(t) \geq 0$	Individu
2.	$S_1(t)$	Jumlah individu rentan terinfeksi tidak memakai masker kesehatan saat waktu ke-t	$S_1(t) \geq 0$	Individu
3.	$S_2(t)$	Jumlah individu rentan terinfeksi memakai masker kesehatan saat waktu ke-t	$S_2(t) \geq 0$	Individu
4.	$E(t)$	Jumlah individu laten saat waktu ke-t	$E(t) \geq 0$	Individu
5.	$I_1(t)$	Jumlah individu terinfeksi tidak memakai masker kesehatan saat waktu ke-t	$I_1(t) \geq 0$	Individu
6.	$I_2(t)$	Jumlah individu terinfeksi memakai masker kesehatan saat waktu ke-t	$I_2(t) \geq 0$	Individu
7.	$R(t)$	Jumlah individu sembuh saat waktu ke-t	$R(t) \geq 0$	Individu

Tabel 3. 2 Daftar parameter model penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi

No.	Parameter	Definisi	Syarat	Satuan
1.	ρ	Proporsi individu dalam kelompok rentan yang divaksin	$0 \leq \rho \leq 1$	
2.	$(1 - \rho)$	Proporsi orang yang rentan tidak divaksin	$0 \leq \rho \leq 1$	
3.	u_1	Laju penggunaan pada masker kesehatan	$u_1 \geq 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
4.	u_2	Laju pelepasan pada masker kesehatan	$u_2 \geq 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
5.	β	Laju individu pada kelompok rentan menjadi individu kelompok laten setelah melakukan interaksi terhadap kelompok yang terinfeksi	$\beta \geq 0$	$\frac{1}{\text{individu} \cdot \text{hari}}$
6.	δ	Laju individu kelompok laten menjadi individu terinfeksi	$\delta \geq 0$	$\frac{\text{individu}}{\text{hari}}$
7.	σ	Laju kesembuhan pada setiap individu	$\sigma \geq 0$	$\frac{\text{individu}}{\text{hari}}$
8.	γ	Tingkat kematian yang diakibatkan oleh penyakit	$\gamma \geq 0$	$\frac{\text{individu}}{\text{hari}}$



Gambar 3. 1 Diagram Model SEIR oleh Mujiyanti

5. Merekonstruksi model (4) dengan asumsi adanya kematian karena penyakit, pemberian vaksinasi pada S, dan diabaikannya angka kelahiran dan angka kematian alami.
6. Mengestimasi parameter
7. Menyelesaikan model dengan metode Runge-Kutta orde 4 menggunakan data langkah (1).
8. Menentukan titik ekuilibrium COVID-19 di Provinsi Riau.
9. Menentukan kestabilan titik ekuilibrium.
10. Mensimulasikan model untuk melihat adanya pengaruh penggunaan masker dan vaksinasi.
11. Membuat kesimpulan hasil akhir yang telah diperoleh secara keseluruhan.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab-bab sebelumnya, dapat diperoleh kesimpulan bentuk model matematis penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi adalah berupa persamaan differensial nonlinear orde satu, yaitu:

$$\frac{dS_1}{dt} = (1 - \rho)u_2S_2 - u_1S_1 - (1 - \rho)\beta S_1I_1 - \rho S_1$$

$$\frac{dS_2}{dt} = u_1S_1 - (1 - \rho)u_2S_2 - \rho S_2$$

$$\frac{dE}{dt} = (1 - \rho)\beta S_1I_1 - \delta E$$

$$\frac{dI_1}{dt} = \delta E + u_2I_2 - (\gamma + u_1 + \sigma)I_1$$

$$\frac{dI_2}{dt} = u_1I_1 - (\gamma + u_2 + \sigma)I_2$$

$$\frac{dR}{dt} = \sigma I_1 + \sigma I_2 + \rho(S_1 + S_2)$$

Dengan menganalisa sistem persamaan differensial dalam model non-dimensional diperoleh titik ekuilibrium endemik, dengan:

$E_2(S_1, S_2, E, I_1, I_2)$ dengan

$$S_1 = -\frac{u_1\gamma + u_1\sigma + u_2\gamma + u_2\sigma + \gamma^2 + 2\gamma\sigma + \sigma^2}{(\rho u_2 + \rho\gamma + \rho\sigma - u_2 - \gamma - \sigma)\beta},$$

$$S_2 = \frac{(u_1(u_1\gamma + u_1\sigma + u_2\gamma + u_2\sigma + \gamma^2 + 2\gamma\sigma + \sigma^2))}{(\beta(\rho^2 u_2^2 + \rho^2 u_2\gamma + \rho^2 u_2\sigma - \rho^2 u_2 - \rho^2\gamma - \rho^2\sigma - 2\rho u_2^2 - 2\rho u_2\gamma - 2\rho u_2\sigma + \rho u_2 + \rho\gamma + \rho\sigma + u_2^2 + u_2\gamma + u_2\sigma))},$$

$$E = \frac{((u_1\gamma + u_1\sigma + u_2\gamma + u_2\sigma + \gamma^2 + 2\gamma\sigma + \sigma^2)\rho(u_2 - \rho - u_1 - u_2))}{(\delta\beta(\rho^2 u_2^2 + \rho^2 u_2\gamma + \rho^2 u_2\sigma - \rho^2 u_2 - \rho^2\gamma - \rho^2\sigma - 2\rho u_2^2 - 2\rho u_2\gamma - 2\rho u_2\sigma + \rho u_2 + \rho\gamma + \rho\sigma + u_2^2 + u_2\gamma + u_2\sigma))},$$

$$I_1 = \frac{\rho(u_2 - \rho - u_1 - u_2)}{\beta(\rho^2 u_2 - \rho^2 - 2\rho u_2 + \rho + u_2)},$$

$$I_2 = (u_1\rho(\rho u_2 - \rho - u_1 - u_2))/(\beta(\rho^2 u_2^2 + \rho^2 u_2\gamma + \rho^2 u_2\sigma - \rho^2 u_2 - \rho^2\gamma - \rho^2\sigma - 2\rho u_2^2 - 2\rho u_2\gamma - 2\rho u_2\sigma + \rho u_2 + \rho\gamma + \rho\sigma + u_2^2 + u_2\gamma + u_2\sigma)).$$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pada kestabilan titik ekuilibrium endemiknya tidak stabil. Kondisi ini berarti bahwa penyakit menyebar secara fluktuasi dalam populasi.

Simulasi model dilakukan dengan menggunakan aplikasi Maple 17, dengan menggunakan nilai parameter yang telah dicari menggunakan beberapa asumsi dan pengolahan menggunakan aplikasi Microsoft Excel, maka diperoleh hasil bahwa tingkat penggunaan masker sangat berpengaruh pada tingkat penurunan kompartemen individu rentan tidak memakai masker kesehatan, memakai masker kesehatan dan individu terinfeksi yang tidak menggunakan masker kesehatan, maupun menggunakan masker kesehatan. Sama halnya dengan tingkat vaksinasi, semakin tinggi vaksinasi maka semakin cepat waktu (t) penurunan individu kompartemen.

Simulasi model solusi numerik penyebaran penyakit COVID-19 dengan tingkat penggunaan masker tinggi dan vaksinasi tinggi dan $h = 1$ dengan menggunakan runge-kutta orde 4, pada iterasi ke-1 didapatkan $(S_1) = 1234334$, $(S_2) = 2438027$, $(E) = 76664$, $(I_1) = 8854$, $(I_2) = 21130$ dan $(R) = 2358189$ dan iterasi selanjutnya digunakan perangkat lunak *MATLAB*.

5.2 Saran

Pada penelitian ini dibahas model matematika penyebaran penyakit COVID-19 dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi di Provinsi Riau. Terdapat banyak hal yang dapat dikembangkan dalam pemodelan matematika, untuk penelitian selanjutnya disarankan memodelkan penyakit COVID-19 pada populasi terbuka atau terjadi migrasi dan imigrasi. Dan disarankan untuk menggunakan metode numerik yang memiliki orde lebih tinggi dengan data yang lebih spesifik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. Teguh, A. S. Sahay, and F. F. Adji, "Pemodelan Penyebaran Infeksi Covid-19 Di Kalimantan, 2020," *Jurnal Teknoogi Informasi*, vol. 14, no. 2, pp. 171–178, 2020, doi: 10.47111/jti.v14i2.1229.
- [2] Sifriyani and D. Rosadi, "Pemodelan Susceptible Infected Recovered (Sir) Untuk Estimasi Angka Reproduksi Covid-19 Di Kalimantan Timur Dan Samarinda," *Jurnal Media Statistika*, pp. 1–13, 2020.
- [3] "UPDATE Corona Indonesia 28 Januari 2021: Total 1.037.993 Positif, 842.122 Sembuh, 29.331 Meninggal - Tribunnews.com." <https://www.tribunnews.com/corona/2021/01/28/update-corona-indonesia-28-januari-2021-total-1037993-positif-842122-semuh-29331-meninggal> (accessed May 18, 2021).
- [4] D. C. Dewi, J. Setyani, and S. Yulyanti, "Cara pencegahan penyebaran covid-19," *Proceeding Seminar Nasional*, vol. 1, no. 1, 2021.
- [5] Kemenkes RI Dirjen P2P, "Keputusan Direktur Jenderal Pencegahan dan Pengendalian Penyakit Nomor Hk.02.02/4/1/2021 tentang Petunjuk Teknis Pelaksanaan Vaksinasi dalam Rangka Penanggulangan Pandemi Corona Virus Disease 2019 (COVID-19)," 2020. [Online]. Available: <https://www.kemkes.go.id/article/view/19093000001/penyakit-jantung-penyebab-kematian-terbanyak-ke-2-di-indonesia.html>.
- [6] Y. dkk. Yulida, "Pemodelan Matematika Penyebaran COVID-19 Di Provinsi Kalimantan Selatan," vol. 14, no. 6, pp. 5–7, 2020.
- [7] F. Adi-Kusumo, N. Susyanto, I. Endrayanto, and A. Meliala, "Model Berbasis Sir Dalam Prediksi Awal Penyebaran Covid-19 Di Daerah Istimewa Yogyakarta (Diy)," *Journal Mathematic Thales*, vol. 2, no. 1, pp. 1–10, 2020, doi: 10.22146/jmt.55820.
- [8] Resmawan, A. R. Nuha, and L. Yahya, "Analisis Dinamik Model Transmisi COVID-19 dengan Melibatkan Intervensi Karantina," *Jambura Journal Mathematics*, vol. 3, no. 1, pp. 66–79, 2021.
- [9] A. oki Harfiansyah, D. Arifianto, and Q. Áyun, "Model Berbasis Seir Dengan Metode Runge Kutta Fehlberg Ordo 10 Dalam Prediksi Awal Penyebaran Covid -19 Di Provinsi Dki Jakarta Dengan Aplikasi Matlab," 2020.
- [10] Mujiyanti, 2019. "Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Middle East Respiratory Syndrome Corona Virus (Mers-Cov) Dengan Penggunaan Masker Kesehatan Dan Vaksinasi. Skripsi. Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah Jakarta.
- [11] I. Marzuki *et al.*, *COVID-19: Seribu Satu Wajah*, 1st ed. Yayasan Kita

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Menulis, 2021.

- [12] Y. Yuliana, "Corona virus diseases (Covid-19): Sebuah tinjauan literatur," *Wellness Healthy Magazine*, vol. 2, no. 1, pp. 187–192, 2020, doi: 10.30604/well.95212020.
- [13] H. Anton and C. Rorres, *Aljabar Linear Elementer: Versi Aplikasi, Edisi Kedelapan Jilid I*, 8th ed. Jakarta : Penerbit Erlangga., 2004.
- [14] S. L. Ross, "Differential Equations 3rd edition." 1984.
- [15] H. Wijayanti, S. Setyaningsih, and M. Wati, "Metode Runge Kutta Dalam Penyelesaian Model Radang Akut," *Ekologia*, vol. 11, no. 2, pp. 46–52, 2011.
- [16] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical methods for engineers*. Jakarta: Erlangga, 1996.
- [17] Resmawan, "Pemodelan matematika Epidemi," 2017.
- [18] C. H. Edwards and D. E. Penney, *Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems*, Fourth. New Jersey: Prentice-Hall, 2000.
- [19] G. J. Olsder and J. W. Van der Woude, *Mathematical systems theory*. Delft University Press, 1997.
- [20] L. Edelstein and Keshet, *Mathematical models in biology*. New York: SIAM, 2005.
- [21] P. Van Den Driessche and J. Watmough, "Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission," *Mathematical Biosciences*, vol. 180, no. 1–2, pp. 29–48, 2002, doi: 10.1016/S0025-5564(02)00108-6.
- [22] P. van den Driessche, "Reproduction numbers of infectious disease models," *Infectious Disease Model.*, vol. 2, no. 3, pp. 288–303, 2017, doi: 10.1016/j.idm.2017.06.002.
- [23] K. B. Blyuss and Y. N. Kyrychko, "On a basic model of a two-disease epidemic," *Applied Mathematics Computation*, vol. 160, no. 1, pp. 177–187, 2005, doi: 10.1016/j.amc.2003.10.033.



Lampiran 1 Program Maple Untuk Penyebaran Penyakit COVID-19 Dengan Penggunaan Masker Kesehatan Tinggi Dan Vaksinasi Tinggi

> restart : with(plots) : with(DEtools);

[AreSimilar, Closure, DENormal, DEplot, DEplot3d, DEplot_polygon, DFactor, DFactorLCLM, DFactorsols, Dchangevar, Desingularize, FunctionDecomposition, GCRD, Gosper, Heunsols, Homomorphisms, IVPsol, IsHyperexponential, LCLM, MeijerGsols, MultiplicativeDecomposition, ODEInvariants, PDEchangecoords, PolynomialNormalForm, RationalCanonicalForm, ReduceHyperexp, RiemannPsols, Xchange, Xcommutator, Xgauge, Zeilberger, abelsol, adjoint, autonomous, bernoullisol, buildsol, buildsym, canoni, caseplot, casesplit, checkrank, chinisol, clairautsol, constcoeffsols, convertAlg, convertsys, dalembertsol, dcoeffs, de2diffop, dfieldplot, diff_table, diffop2de, dperiodic_sols, dpolyform, dsubs, eigenring, endomorphism_charpoly, equinv, eta_k, eulersols, exactsol, expsols, exterior_power, firint, firtest, formal_sol, gen_exp, generate_ic, genhomosol, gensys, hamilton_eqs, hypergeomsols, hyperode, indicialeq, infgen, initialdata, integrate_sols, intfactor, invariants, kovacicsols, leftdivision, liesol, line_int, linearsol, matrixDE, matrix_riccati, maxdimsystems, moser_reduce, muchange, mult, mutest, newton_polygon, normalG2, ode_int_y, ode_y1, odeadvisor, odepde, parametricsol, particularsol, phaseportrait, poincare, polysols, power_equivalent, rational_equivalent, ratsols, redode, reduceOrder, reduce_order, regular_parts, regularsp, remove_RootOf, riccati_system, riccatisol, rifread, rifsimp, rightdivision, rtaylor, separablesol, singularities, solve_group, super_reduce, symgen, symmetric_power, symmetric_product, symtest, transinv, translate, untranslate, varparam, zoom]

$\beta := 0.00000000120$; $\delta := 0.00223268023$; $\theta := 0.000211374759$; $\sigma := 0.00632452327$;
 $u[1] := 0.75$; $u[2] := 0.25$; $\rho := 0.75$;

$\beta := 1.20 \cdot 10^{-9}$

$\delta := 0.00223268023$

$\theta := 0.000211374759$

$\sigma := 0.00632452327$

$u_1 := 0.75$

$u_2 := 0.25$

$\rho := 0.75$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

> de1 := diff(S[1](t), t) = (1 - rho) · u[2] · S[2](t) - u[1] · S[1](t) - (1 - ρ) · β · S[1](t)
· C[1](t) - rho · S[1](t);

de1 :=  $\frac{d}{dt} S_1(t) = 0.0625 S_2(t) - 1.50 S_1(t) - 3.000 \cdot 10^{-10} S_1(t) C_1(t)$ 

> de2 := diff(S[2](t), t) = u[1] · S[1](t) - (1 - rho) · u[2] · S[2](t) - ρ · S[2](t);

de2 :=  $\frac{d}{dt} S_2(t) = 0.75 S_1(t) - 0.8125 S_2(t)$ 

> de3 := diff(E(t), t) = (1 - ρ) · β · S[1](t) · C[1](t) - δ · E(t);

de3 :=  $\frac{d}{dt} E(t) = 3.000 \cdot 10^{-10} S_1(t) C_1(t) - 0.00223268023 E(t)$ 

> de4 := diff(C[1](t), t) = δ · E(t) + u[2] · C[2](t) - (θ + u[1] + σ) · C[1](t);

de4 :=  $\frac{d}{dt} C_1(t) = 0.00223268023 E(t) + 0.25 C_2(t) - 0.7565358981 C_1(t)$ 

> de5 := diff(C[2](t), t) = u[1] · C[1](t) - (θ + u[2] + σ) · C[2](t);

de5 :=  $\frac{d}{dt} C_2(t) = 0.75 C_1(t) - 0.2565358981 C_2(t)$ 

> de6 := diff(R(t), t) = σ · C[1](t) + σ · C[2](t) + ρ · (S[1](t) + S[2](t));

de6 :=  $\frac{d}{dt} R(t) = 0.00632452327 C_1(t) + 0.00632452327 C_2(t) + 0.75 S_1(t) + 0.75 S_2(t)$ 

>
inits := [S[1](0) = 3000000, S[2](0) = 3000000, E(0) = 76775, C[1](0) = 10000, C[2](0) =
20000, R(0) = 30427];

inits := [S1(0) = 3000000, S2(0) = 3000000, E(0) = 76775, C1(0) = 10000, C2(0) = 20000,
R(0) = 30427]

> myopts := stepsize = 0.1;

myopts := stepsize = 0.1

>
plot1 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5, de6], [S[1](t), S[2](t), E(t), C[1](t), C[2](t),
R(t)], t = 0 .. 25, [inits], scene = [t, S[1]], arrows = none, myopts);

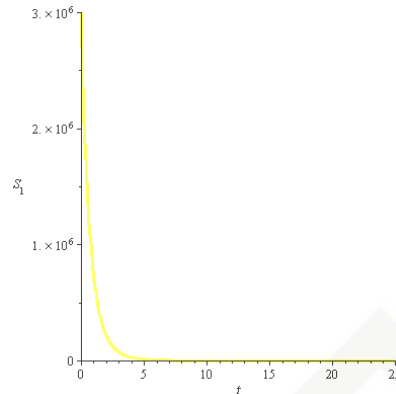
plot1 := PLOT(...)

> display(plot1);

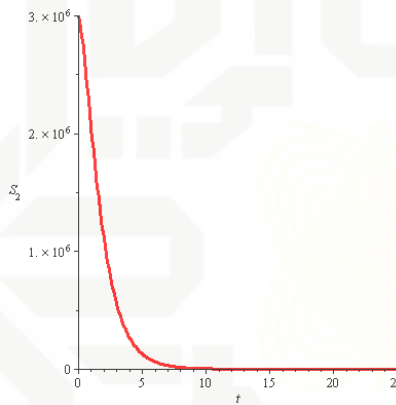
```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



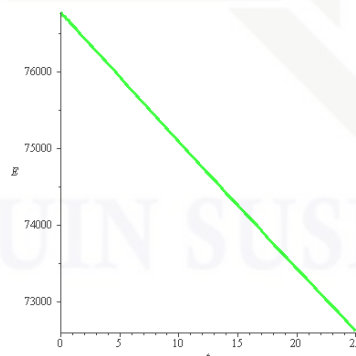
```
plot2 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5, de6], [S[1](t), S[2](t), E(t), C[1](t), C[2](t),
R(t)], t = 0 .. 25, [inits], scene = [t, S[2]], arrows = none, myopts, linecolor = red) :
display(plot2);
```



```
plot3 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5, de6], [S[1](t), S[2](t), E(t), C[1](t), C[2](t),
R(t)], t = 0 .. 25, [inits], scene = [t, E], arrows = none, myopts, linecolor = green);
```

```
plot3 := PLOT(...)
```

```
display(plot3);
```



```
plot4 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5, de6], [S[1](t), S[2](t), E(t), C[1](t), C[2](t),
R(t)], t = 0 .. 25, [inits], scene = [t, C[1]], arrows = none, myopts, linecolor = purple);
```

```
plot4 := PLOT(...)
```



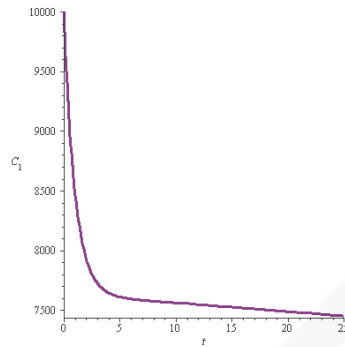

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

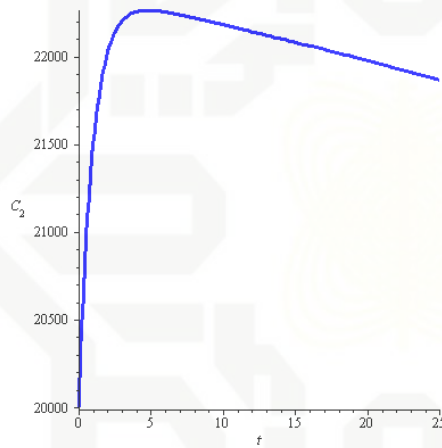
> `display(plot4);`



> `plot5 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5, de6], [S[1](t), S[2](t), E(t), C[1](t), C[2](t), R(t)], t = 0 .. 25, [inits], scene = [t, C[2]], arrows = none, myopts, linecolor = blue);`

`plot5 := PLOT(...)`

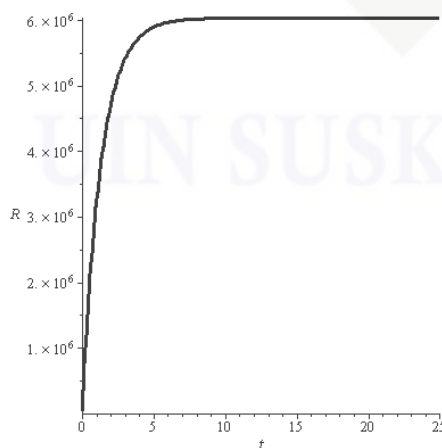
> `display(plot5);`



> `plot6 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5, de6], [S[1](t), S[2](t), E(t), C[1](t), C[2](t), R(t)], t = 0 .. 25, [inits], scene = [t, R], arrows = none, myopts, linecolor = black);`

`plot6 := PLOT(...)`

> `display(plot6);`





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Lampiran 2 Program MATLAB Untuk Simulasi Numerik Runge Kutta-Orde 4

```

clc
clear all
b=0.00000000120;
d=0.00223268023;
g=0.000211374759;
c=0.00632452327;
u1=0.75;
u2=0.25;
rho=0.75;

SS0=3000000;
SD0=3000000;
E0=76775;
IS0=10000;
ID0=20000;
R0=30427;

t0=0;
tend=30;
h=1;
N=SS0+SD0+E0+IS0+ID0+R0;

T=(t0:h:tend);
Nt=length(T);
SS=0*T;
SS(1)=SS0;
SD=0*T;
SD(1)=SD0;
E=0*T;
E(1)=E0;
IS=0*T;
IS(1)=IS0;
ID=0*T;
ID(1)=ID0;
R=0*T;
R(1)=R0;
fprintf('\n');
fprintf('-----\n');
fprintf('t      S1      S2      E\n');
fprintf('I1      I2      R\n');
fprintf('-----\n');

for i=1:Nt-1
    K1SS=h*((1-rho)*u2*SD(i)-u1*SS(i)-(1-rho)*b*SS(i)*IS(i)-rho*SS(i));
    K1SD=h*(u1*SS(i)-(1-rho)*u2*SD(i)-rho*SD(i));
    K1E=h*((1-rho)*b*SS(i)*IS(i)-d*E(i));
    K1IS=h*(d*E(i)+u2*ID(i)-(g+u1+c)*IS(i));
    K1ID=h*(u1*IS(i)-(g+u2+c)*ID(i));
    K1R=h*(c*IS(i)+c*ID(i)+rho*(SS(i)+SD(i)));

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

K2SS=h* ((1-rho)*u2*(SD(i)+0.5*K1SD)-u1*(SS(i)+0.5*K1SS)-(1-
rho)*b*(SS(i)+0.5*K1SS)*(IS(i)+0.5*K1IS)-rho*(SS(i)+0.5*K1SS));
K2SD=h*(u1*(SS(i)+0.5*K1SS)-(1-rho)*u2*(SD(i)+0.5*K1SD)-
rho*(SD(i)+0.5*K1SD));
K2E=h*((1-rho)*b*(SS(i)+0.5*K1SS)*(IS(i)+0.5*K1IS)-
d*(E(i)+0.5*K1E));
K2IS=h*(d*(E(i)+0.5*K1E)+u2*(ID(i)+0.5*K1ID)-
(g+u1+c)*(IS(i)+0.5*K1IS));
K2ID=h*(u1*(IS(i)+0.5*K1IS)-(g+u2+c)*(ID(i)+0.5*K1ID));

K2R=h*(c*(IS(i)+0.5*K1IS)+c*(ID(i)+0.5*K1ID)+rho*((SS(i)+0.5*K1SS)
+(SD(i)+0.5*K1SD)));

K3SS=h* ((1-rho)*u2*(SD(i)+0.5*K2SD)-u1*(SS(i)+0.5*K2SS)-(1-
rho)*b*(SS(i)+0.5*K2SS)*(IS(i)+0.5*K2IS)-rho*(SS(i)+0.5*K2SS));
K3SD=h*(u1*(SS(i)+0.5*K2SS)-(1-rho)*u2*(SD(i)+0.5*K2SD)-
rho*(SD(i)+0.5*K2SD));
K3E=h*((1-rho)*b*(SS(i)+0.5*K2SS)*(IS(i)+0.5*K2IS)-
d*(E(i)+0.5*K2E));
K3IS=h*(d*(E(i)+0.5*K2E)+u2*(ID(i)+0.5*K2ID)-
(g+u1+c)*(IS(i)+0.5*K2IS));
K3ID=h*(u1*(IS(i)+0.5*K2IS)-(g+u2+c)*(ID(i)+0.5*K2ID));

K3R=h*(c*(IS(i)+0.5*K2IS)+c*(ID(i)+0.5*K2ID)+rho*((SS(i)+0.5*K2SS)
+(SD(i)+0.5*K2SD)));

K4SS=h* ((1-rho)*u2*(SD(i)+0.5*K3SD)-u1*(SS(i)+0.5*K3SS)-(1-
rho)*b*(SS(i)+0.5*K3SS)*(IS(i)+0.5*K3IS)-rho*(SS(i)+0.5*K3SS));
K4SD=h*(u1*(SS(i)+0.5*K3SS)-(1-rho)*u2*(SD(i)+0.5*K3SD)-
rho*(SD(i)+0.5*K3SD));
K4E=h*((1-rho)*b*(SS(i)+0.5*K3SS)*(IS(i)+0.5*K3IS)-
d*(E(i)+0.5*K3E));
K4IS=h*(d*(E(i)+0.5*K3E)+u2*(ID(i)+0.5*K3ID)-
(g+u1+c)*(IS(i)+0.5*K3IS));
K4ID=h*(u1*(IS(i)+0.5*K3IS)-(g+u2+c)*(ID(i)+0.5*K3ID));

K4R=h*(c*(IS(i)+0.5*K3IS)+c*(ID(i)+0.5*K3ID)+rho*((SS(i)+0.5*K3SS)
+(SD(i)+0.5*K3SD)));

SS(i+1)=SS(i)+1/6*(K1SS+K2SS+K3SS+K4SS);
SD(i+1)=SD(i)+1/6*(K1SD+K2SD+K3SD+K4SD);
E(i+1)=E(i)+1/6*(K1E+K2E+K3E+K4E);
IS(i+1)=IS(i)+1/6*(K1IS+K2IS+K3IS+K4IS);
ID(i+1)=ID(i)+1/6*(K1ID+K2ID+K3ID+K4ID);
R(i+1)=R(i)+1/6*(K1R+K2R+K3R+K4R);

end
fprintf('%2f    %6.2f    %15.2f    %15.2f    %15.2f    %15.2f\n',T,SS,SD,E,IS,ID,R);
fprintf('\n');
```




Lampiran 3 Program Maple untuk Menentukan Titik Ekuilibrium

> restart :

> with(DEtools) :

> with(plots) :

>

$$ds1 := (1 - \rho) \cdot u2 \cdot s2 - u1 \cdot s1 - (1 - \rho) \cdot \beta \cdot s1 \cdot v1 - \rho \cdot s1;$$

$$ds2 := u1 \cdot s1 - (1 - \rho) \cdot u2 \cdot s2 - \rho \cdot s2;$$

$$de := (1 - \rho) \cdot \beta \cdot s1 \cdot v1 - \delta \cdot e;$$

$$dv1 := \delta \cdot e + u2 \cdot v2 - (\gamma + u1 + \sigma) \cdot v1;$$

$$dv2 := u1 \cdot v1 - (\gamma + u2 + \sigma) \cdot v2;$$

$$ds1 := (1 - \rho) u2 s2 - u1 s1 - (1 - \rho) \beta s1 v1 - \rho s1$$

$$ds2 := u1 s1 - (1 - \rho) u2 s2 - \rho s2$$

$$de := (1 - \rho) \beta s1 v1 - \delta e$$

$$dv1 := \delta e + u2 v2 - (\gamma + u1 + \sigma) v1$$

$$dv2 := u1 v1 - (\gamma + u2 + \sigma) v2$$

> TE := solve({ds1=0, ds2=0, de=0, dv1=0, dv2=0}, {s1, s2, e, v1, v2});

$$TE := \{e=0, s1=0, s2=0, v1=0, v2=0\}, \left\{ e = \left((u1 \gamma + u1 \sigma + u2 \gamma + u2 \sigma + \gamma^2 + 2 \gamma \sigma + \sigma^2) \rho (\rho u2 - \rho - u1 - u2) \right) / \left(\delta \beta (\rho^2 u2^2 + \rho^2 u2 \gamma + \rho^2 u2 \sigma - \rho^2 u2 - \rho^2 \gamma - \rho^2 \sigma - 2 \rho u2^2 - 2 \rho u2 \gamma - 2 \rho u2 \sigma + \rho u2 + \rho \gamma + \rho \sigma + u2^2 + u2 \gamma + u2 \sigma) \right), s1 = \right. \\ \left. - \frac{u1 \gamma + u1 \sigma + u2 \gamma + u2 \sigma + \gamma^2 + 2 \gamma \sigma + \sigma^2}{(\rho u2 + \rho \gamma + \rho \sigma - u2 - \gamma - \sigma) \beta}, s2 = \left(u1 (u1 \gamma + u1 \sigma + u2 \gamma + u2 \sigma + \gamma^2 + 2 \gamma \sigma + \sigma^2) \right) / \left(\beta (\rho^2 u2^2 + \rho^2 u2 \gamma + \rho^2 u2 \sigma - \rho^2 u2 - \rho^2 \gamma - \rho^2 \sigma - 2 \rho u2^2 - 2 \rho u2 \gamma - 2 \rho u2 \sigma + \rho u2 + \rho \gamma + \rho \sigma + u2^2 + u2 \gamma + u2 \sigma) \right), v1 = \right. \\ \left. = \frac{\rho (\rho u2 - \rho - u1 - u2)}{\beta (\rho^2 u2 - \rho^2 - 2 \rho u2 + \rho + u2)}, v2 = \left(u1 \rho (\rho u2 - \rho - u1 - u2) \right) / \right. \\ \left. \left(\beta (\rho^2 u2^2 + \rho^2 u2 \gamma + \rho^2 u2 \sigma - \rho^2 u2 - \rho^2 \gamma - \rho^2 \sigma - 2 \rho u2^2 - 2 \rho u2 \gamma - 2 \rho u2 \sigma + \rho u2 + \rho \gamma + \rho \sigma + u2^2 + u2 \gamma + u2 \sigma) \right) \right\}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan di Kota Pekanbaru, Provinsi Riau pada tanggal 12 Mei 1999 dari ayah yang bernama Yulianto dan ibu bernama Musliyardiana Penulis merupakan anak Kedua dari empat bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikan formal pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 041 Bukit Raya, Kota Pekanbaru pada tahun 2005-2011, Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 13 Pekanbaru pada tahun 2011-2014 dan penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 10 Kota Pekanbaru pada tahun 2014-2017.

Setelah menyelesaikan pendidikan SMA pada tahun 2017, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.